

**DIGITALNA LOGIKA**

**DIGITALNA  
ARITMETIKA**

# Binarno zbrajanje

- binarno zbrajanje
  - najjednostavnije  
 ~ zbrajanje *dviju* binarnih znamenki:  
 suma *mod 2* : operator  $\oplus$

0	0	1
+0	+1	+0
—	—	—
0	1	1

1
+1
—
10

➔

a \ b	0	1
0	0	1
1	1	10

- rezultat:  $2_{10} = \mathbf{10}_2$   
 ~ pojava *prijenosa* (engl. carry) na višu bitovnu poziciju
- oznake:  
 S : suma, zbroj ; C : prijenos

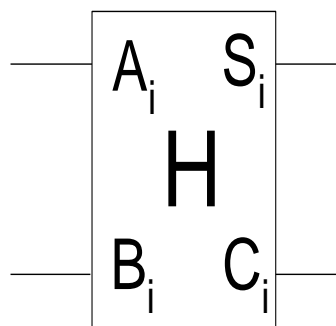
# Binarno zbrajanje

- sve se (aritmetičke) operacije svode na binarno zbrajanje
- Binarno zbrajanje:
  - osnovni algoritam: zbrajanje *dvaju* binarnih znamenki
  - Funkcija *zbroja* ( $S_i$ ) i *prijenosa* ( $C_i$ ) [carry]

$A_i$	$B_i$	$2^0 \quad 2^1$	
		$S_i$	$C_i$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

# POLUZBRAJALO

- Sklop za zbrajanje *dvaju* binarnih znamenki: *poluzbrajalo* [half-adder]

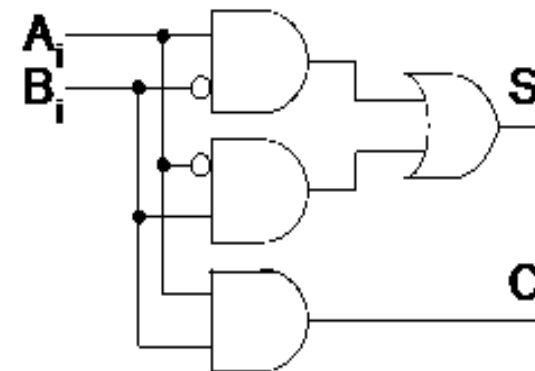
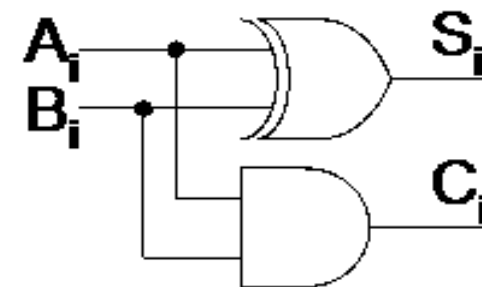


$A_i$	$B_i$	$2^0$ $S_i$	$2^1$ $C_i$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

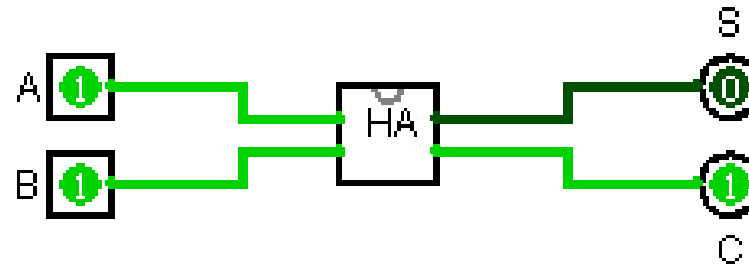
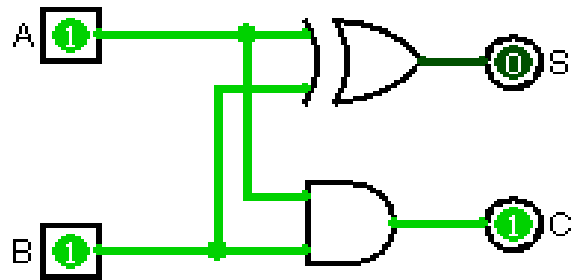
$$S_i = A_i \bar{B}_i + \bar{A}_i B_i$$

$$= A_i \oplus B_i$$

$$C_i = A_i \cdot B_i$$



# POLUZBRAJALO - simulacija



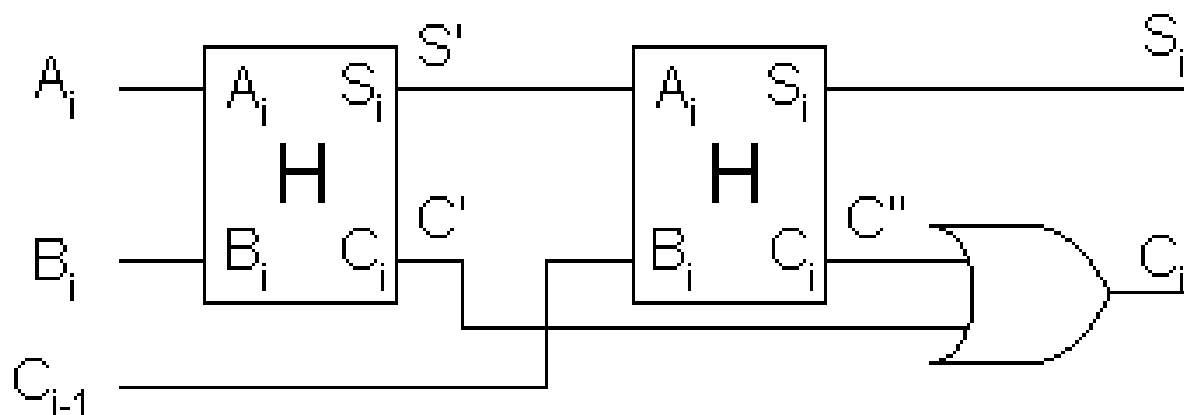
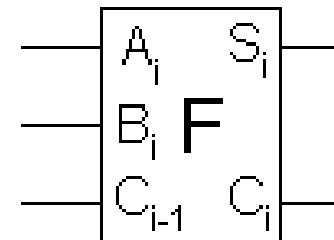
# Zbrajanje triju binarnih znamenki

pribrajanje *prijenosa* ("treća znamenka") s prethodnog mjesta

$A_i$	$B_i$	$C_{i-1}$	$S_i$	$C_i$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

# Potpuno zbrajalo [full-adder]

- sklop za zbrajanje *triju* binarnih znamenki
- **Izvedba s dva poluzbrajala**



$$s' = A_i \oplus B_i$$

$$c' = A_i B_i$$

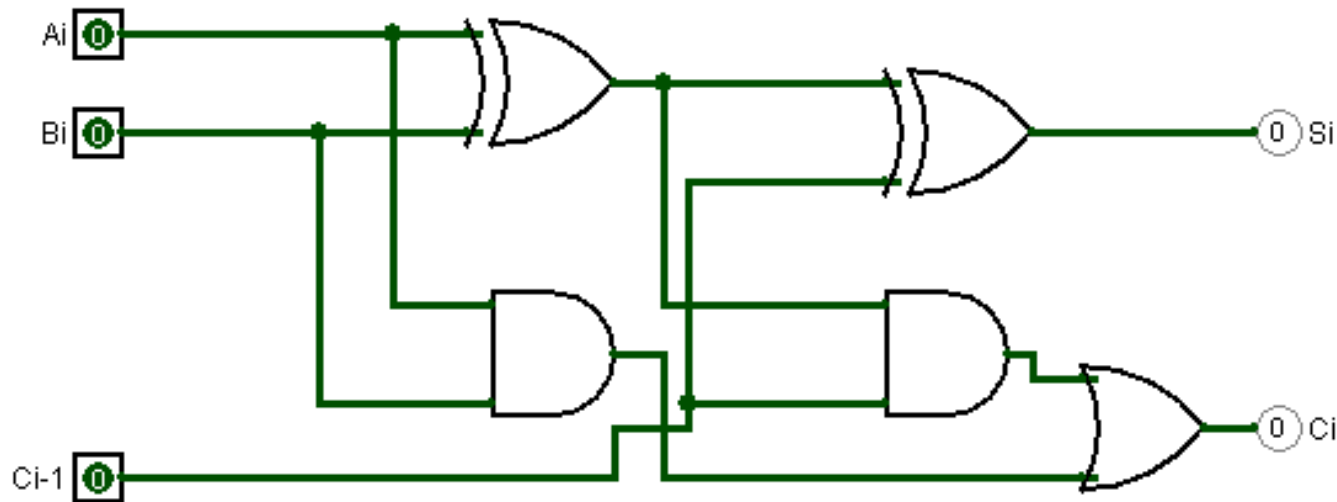
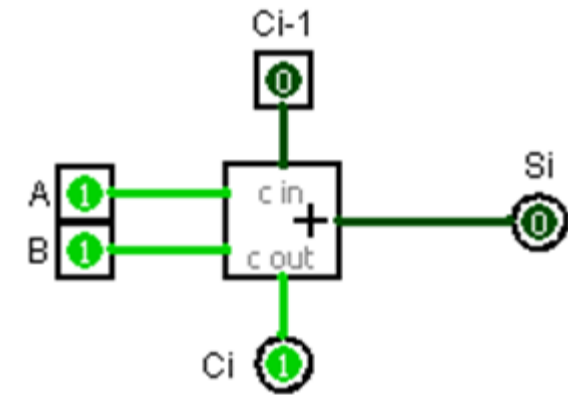
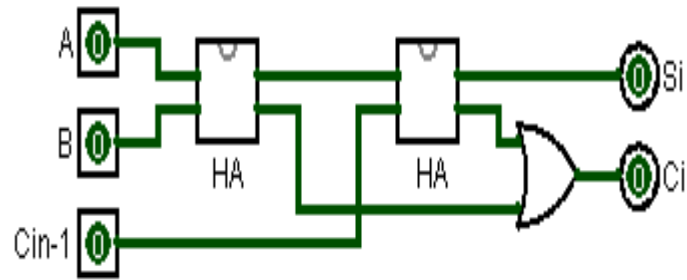
$$S_i = s' \oplus C_{i-1}$$

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = C'' + C'$$

$$C_i = (A_i \oplus B_i) \cdot C_{i-1} + A_i B_i$$

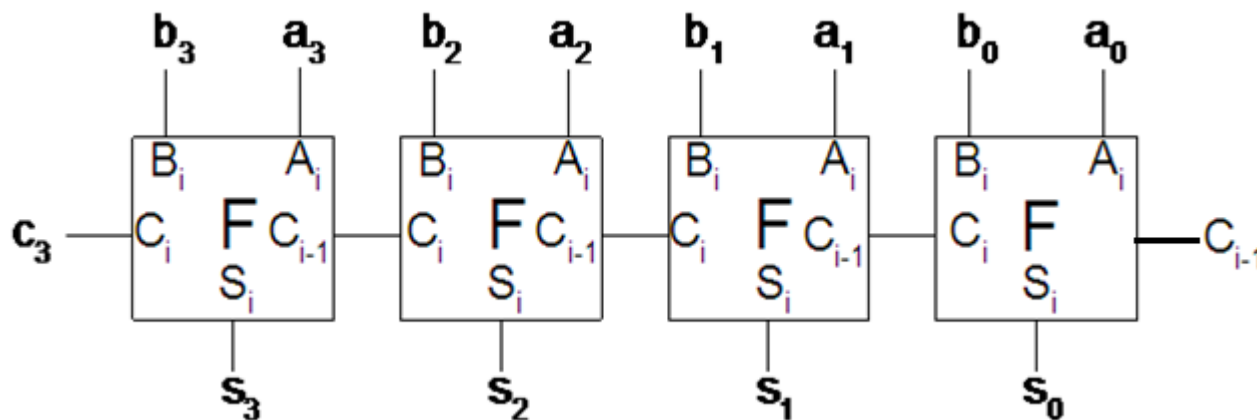
# Potpuno zbrajalo - simulacija





# Zbrajanje višebitnih brojeva

- **Paralelno zbrajanje**
- prienos se širi "serijski" [ripple carry]
- (zbrajanje  $a_0$  i  $b_0$  se stvarno obavlja potpunim zbrajalom, ali uz  $C_{i-1} = 0$  )



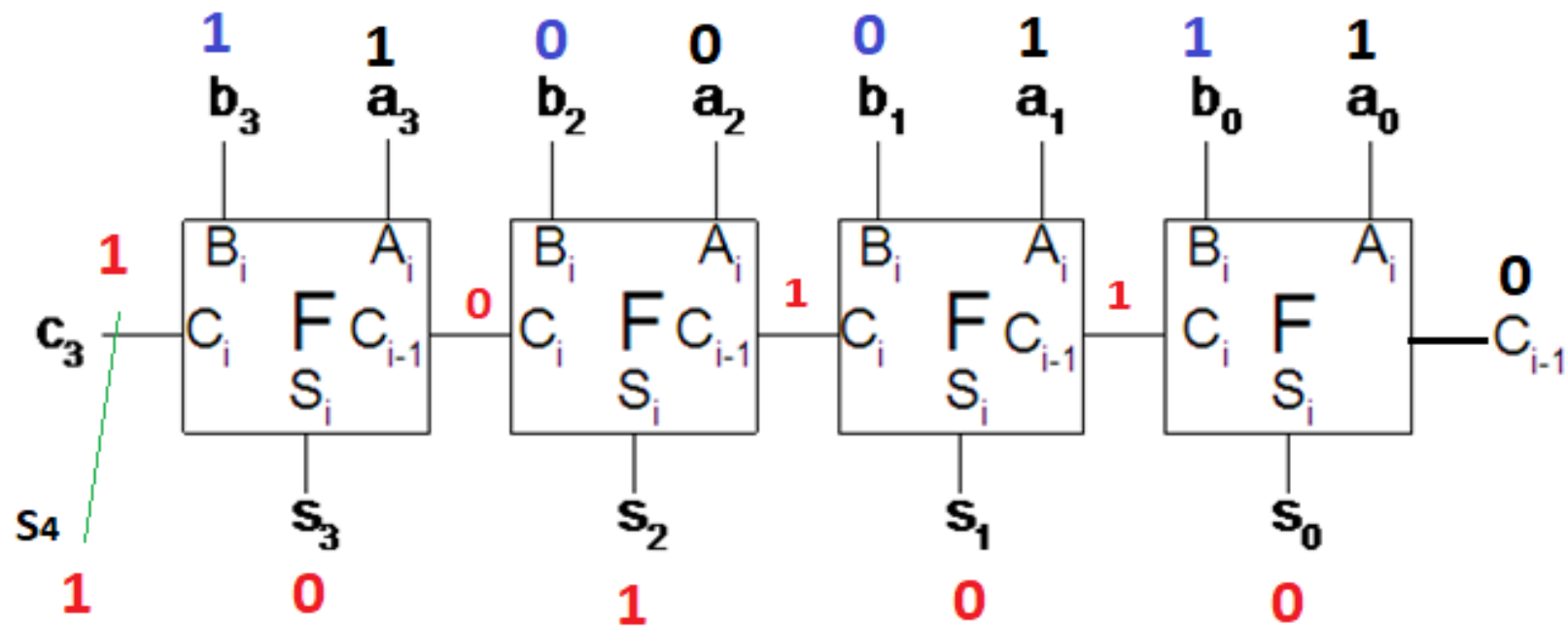
$$a_3a_2a_1a_0 + b_3b_2b_1b_0 \\ = c_3s_3s_2s_1s_0$$

**Zadatak: Paralelno zbrojiti 11+9 i prikazati zbrajanje na shemi spoja.**

1011-podatak **a**

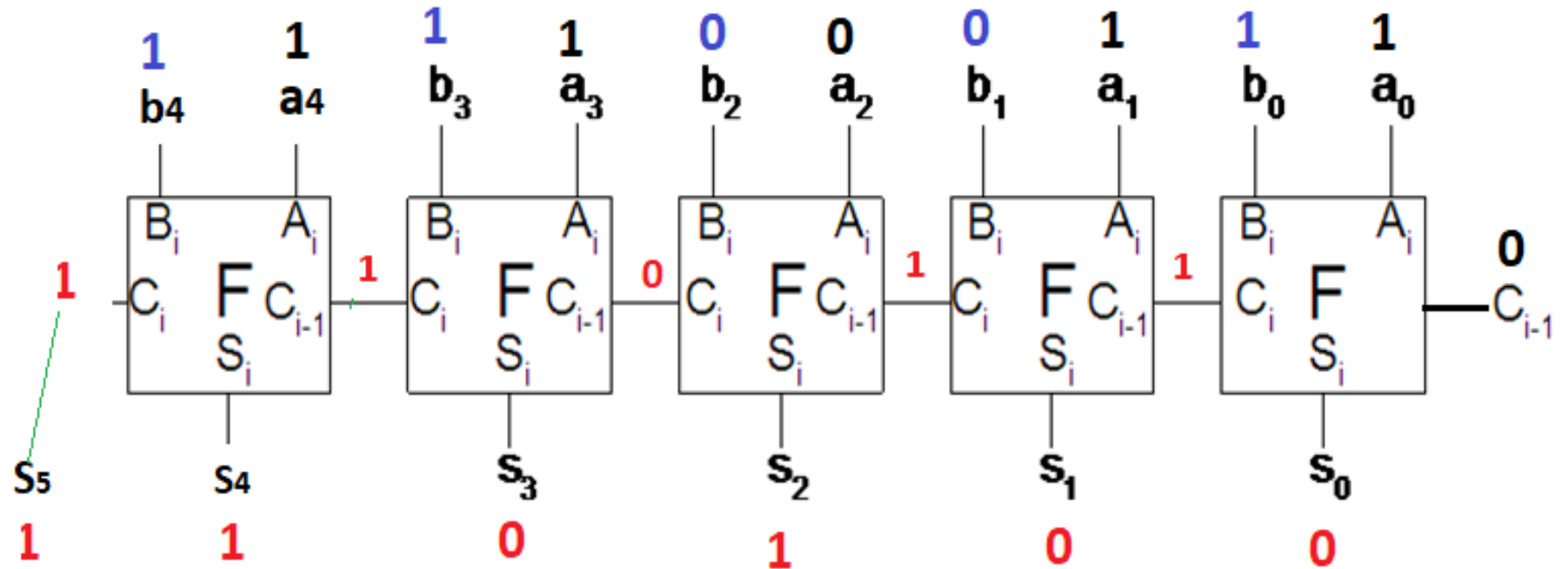
+1001-podatak **b**

10100-rješenje



**Zadatak: Paralelno zbrojiti 27+25 i prikazati zbrajanje na shemi spoja.**

11011-podatak a  
 + 11001-podatak b  
 110100-rješenje



# 74LS83A-integrirano zbrajalo

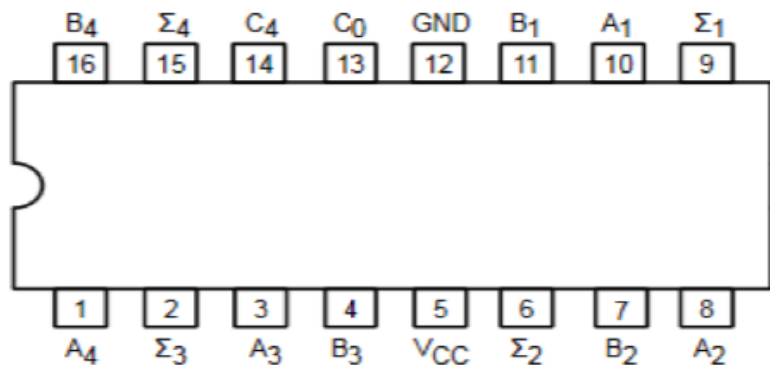
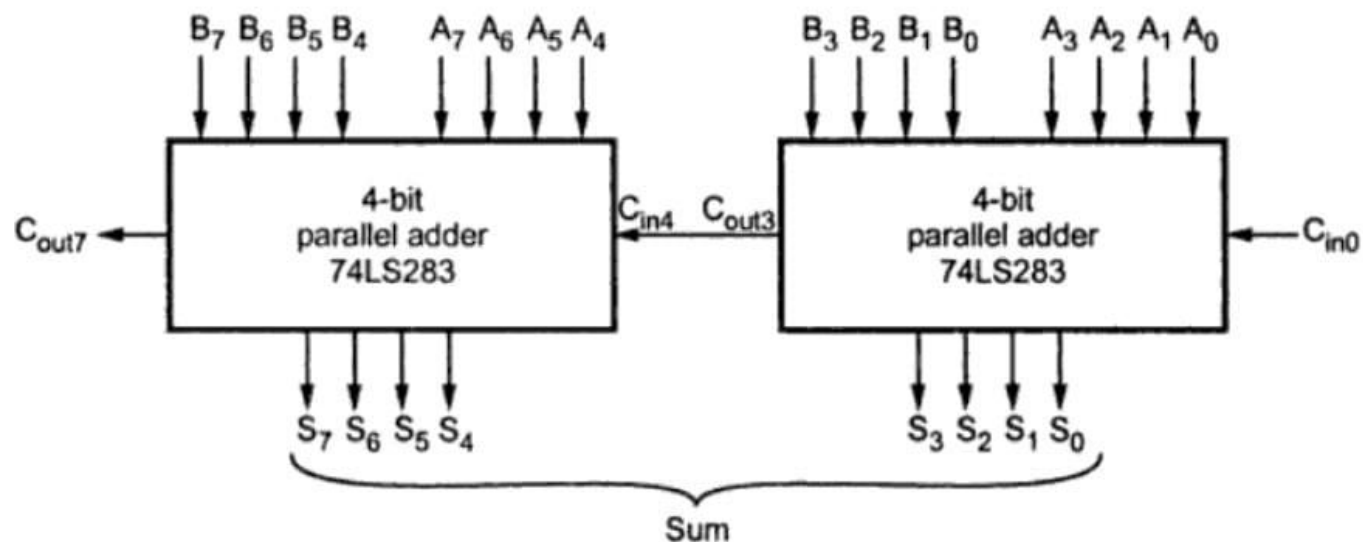
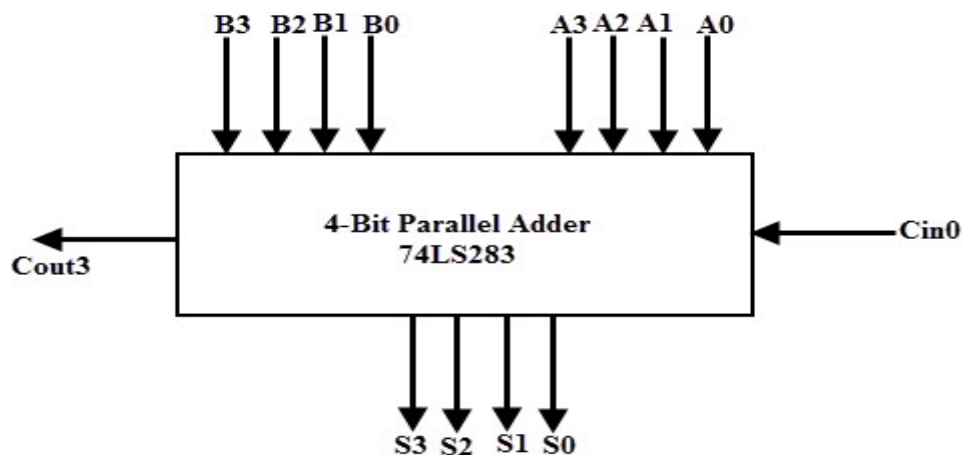
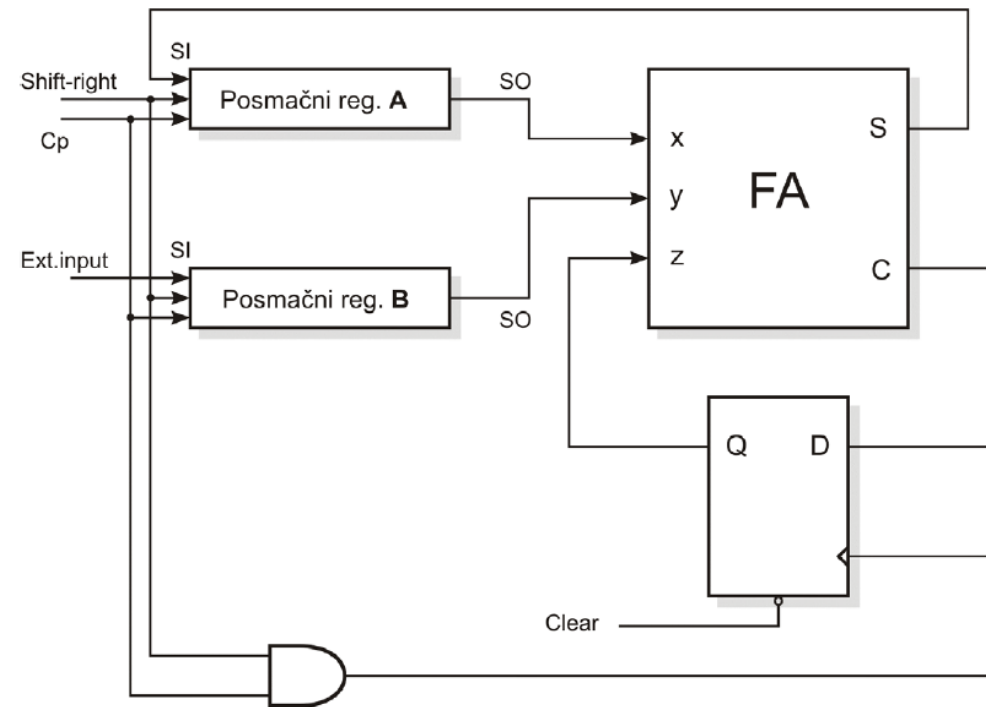
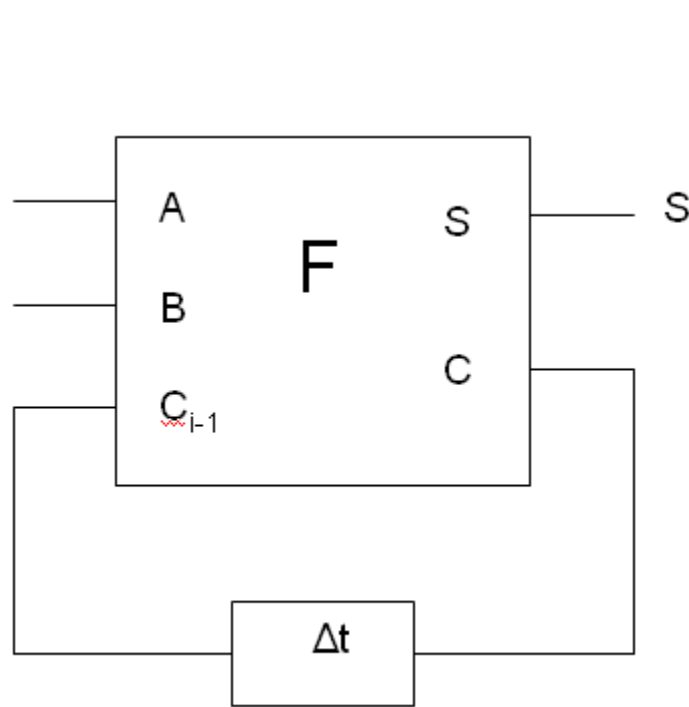


Figure 4. 7483 4-bit binary adder



# Serijsko zbrajalo



S. Ribarić, AIOR

# Binarno oduzimanje

- binarno odbijanje dvaju binarnih *znamenki* :
  - diferencija = minuend – suptrahend

minuend	0	1	1
suptrahend	-0	-0	-1
	0	1	0



	a	0	1
b	0	0	1
	1	1	0

D = M - S

M	S	D	Z
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

C: posudba  
D: diferencija

$$D = M \oplus S$$

$$Z = \overline{M}S$$

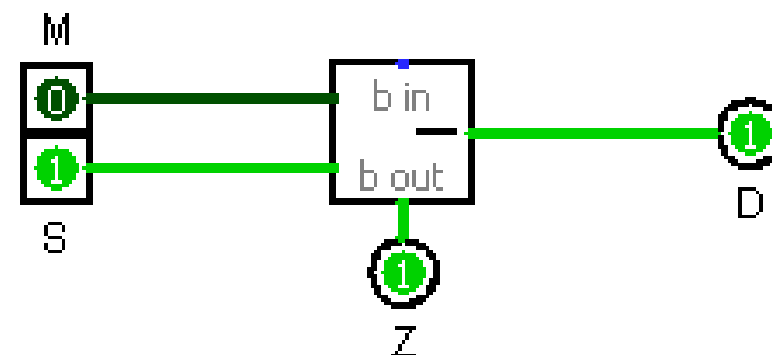
# Binarno oduzimanje

- osnovni algoritam: oduzimanje dvaju binarnih znamenki
- $D = M - S$

M	S	D	Z
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

$$D = M \oplus S$$

$$Z = \overline{M}S$$



# Prikaz relativnih brojeva

- Za prikaz pozitivnih i negativnih brojeva – dodatni bit za predznak
- Pozitivni broj     0
- Negativni broj    1
- Ostali bitovi čine iznos



# Prikaz negativnih brojeva

- Negativni brojevi prikazuju se na tri načina:
- Predznakom i veličinom
- Predznakom i 1-komplementom
- Predznakom i 2-komplementom

# Prikaz brojeva predznakom i veličinom

- Predznak se prikazuje bitom 1, a broj kao veličina u binarnom sustavu
- Primjeri
  - $+72 = 01001000$     $-72 = 11001000$
  - $+127 = 01111111$     $-127 = 11111111$
  - $+67 = 01000011$     $-67 = 11000011$

# Prikaz brojeva predznakom i 1-komplementom

- $+17 = 00010001$      $-17 = 11101110$
- $+127 = 01111111$      $-127 = 10000000$
- $+67 = 01000011$      $-67 = 10111100$
- Jedinični komplement-
- zamjena 0 i 1

# Prikaz brojeva predznakom i 2-komplementom

- $+17 = 00010001$        $-17 = 11101111$
- $+127 = 01111111$        $-127 = 10000001$
- Dvojni komplement-zamjena 0 i 1, te se doda 1 na mjesto najniže težinske vrijednosti

Primjeri:

1. Prikazati broj -5 metodom drugog komplementa kroz 8 bitova: 00000101

$$\begin{array}{r} 00000101 \\ 11111010 \\ + \phantom{00000}1 \\ \hline 11111011 \end{array}$$

▪  $(-128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = -128 + 123 = -5)$

▪ 2. Konvertirati broj -118 u notaciju drugog komplementa.

$$\begin{array}{r} 0111 \ 0110 \\ \hline 1000 \ 1001 \\ + \phantom{0000} 1 \\ \hline 1000 \ 1010 \end{array} \quad \begin{array}{l} (+118)_{10} \\ \text{1. komplement} \\ \text{2. komplement} \end{array}$$

# Provjera:

- Dobiveni broj pretvoriti u dekadski s time da najveću težinu prikažemo kao negativni broj
- $1000\ 1010 = -128 + 10 = -118$

- 3. Kako prikazati „pozitivnu“ i „negativnu“ nulu?

- $+0 = 00000000$

$$-0 = 11111111$$

- $$\begin{array}{r} + \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

- $$\begin{array}{r} \hline \end{array}$$

- $$\begin{array}{r} 00000000 \end{array}$$

4. Koji je dekadski broj zapisan u 8-bitnom registru ako znamo da se radi o zapisu cijelog broja pomoću dvojnog komplementa?

1 1 1 0 0 1 1 1

$$11100111_2 = -1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = -128 + 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = -25$$

5. Koji je dekadski broj zapisan u 8-bitnom registru ako znamo da se radi o zapisu cijelog broja pomoću dvojnog komplementa?

0 0 0 1 1 0 0 1

$$00011001_2 = -0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = -0 + 0 + 0 + 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$$

Prikazani su sadržaji 8-bitnih registara A i B u kojima su brojevi zapisani metodom dvojnoga komplementa. Koji će biti sadržaj 16-bitnoga registra C ako je u njemu zapisan zbroj sadržaja registara A i B metodom predznaka i apsolutne vrijednosti?

1	0	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

1	1	0	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

**Rješenje:**

$$-70 + (-54) = -124$$

1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



**Ako se u memoriju 8-bitnog računala zapisuju podaci metodom drugog komplementa, kako će glasiti zapisani podatak, ako se radi o oduzimanju dva dekadaska broja 109 -53?**

- $109-53=56_{(10)}$      $109_{(10)}=01101101_{(2)}$
- $53_{(10)}=00110101_{(2)}$
- 11001010-jedinični komplement
- 11001010 drugi komplement dobijemo dodajući 1 bitu najmanje težine:
- $$\begin{array}{r} + \quad \quad \quad 1 \\ \hline 11001011_{(2)} \\ + 01101101_{(2)} \\ \hline 100111000_{(2)} = 56_{(10)} \end{array}$$

# Binarno oduzimanje

- Metodom dvojnog komplementa oduzeti  $57-29=28$

$$57=00111001$$

$$29=00011101 \text{---jedinični kompl.}=11100010$$

$$\text{dvojni kompl.} = \begin{array}{r} + \phantom{00000000} 1 \\ \hline \end{array}$$

$$11100011$$

$$\begin{array}{r} + 00111001 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \quad 00011100=28$$

# Oduzimanje višebitnih brojeva

Oduzmite broj  $19_{10}$  od  $25_{10}$  u binarnom sustavu tehnikom drugog komplementa.  $n=8$

$$25_{10} = 00011001_2$$

$$19_{10} = 00010011_2$$

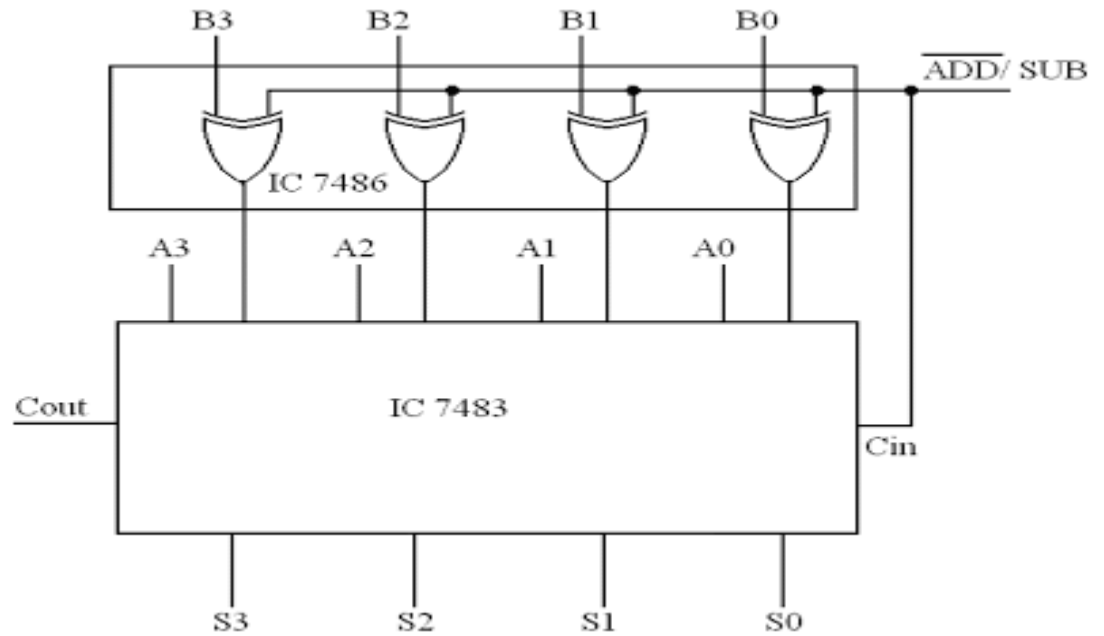
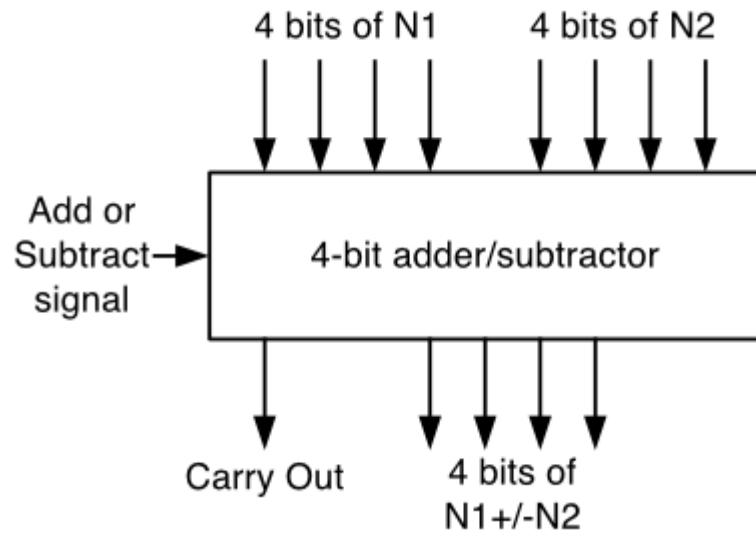
drugi komplement od  $19_{10}$  je  $11101101_2$

$$00011001_2$$

$$+ \underline{11101101_2}$$

$$\textcolor{red}{1}00000110_2 = 6_{10}$$

# Sklop za zbrajanje/oduzimanje



## Oduzimanje pomoću sklopa za zbrajanje:

Tablica stanja sklopa EX ILI

ulazi		izlaz
OP	$B_n$	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

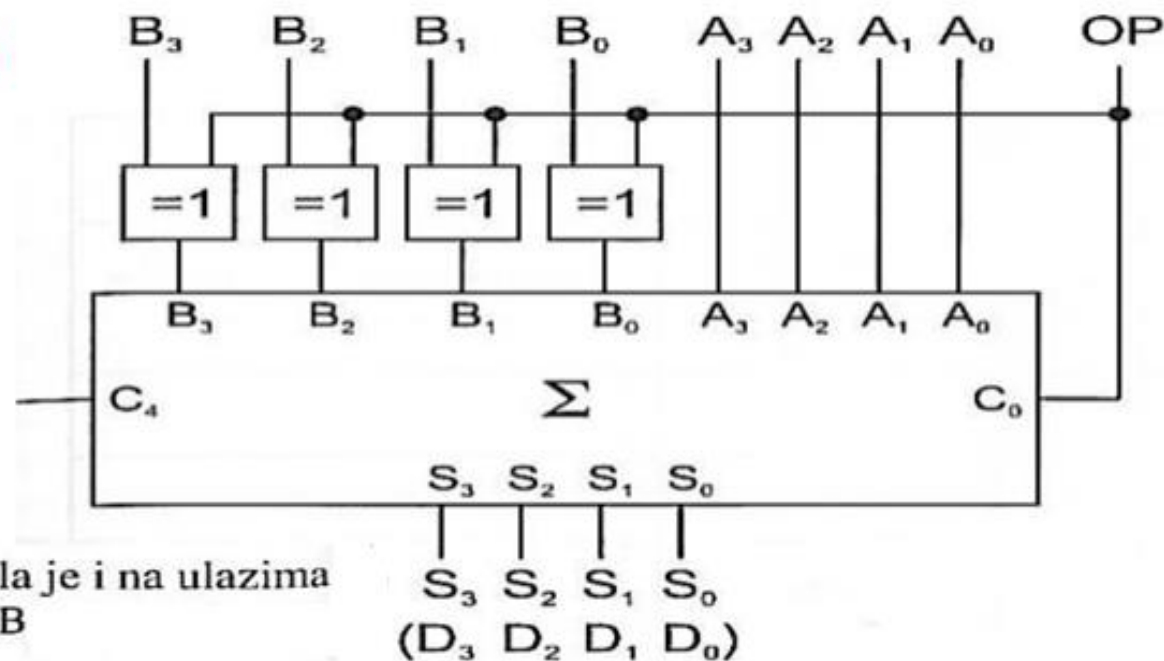
Ako je na ulazu za izbor operacije OP logička nula, nula je i na ulazima sklopova EX ILI i bitovi podatka  $B$  prolaze na ulaze B zbrajala i sklop zbraja brojeve  $A$  i  $B$ :

$$S = A + B.$$

Ako je na ulazu za izbor operacije OP logička jedinica, jedinica je i na ulazima sklopova EX ILI i bitovi podatka  $B$  prolaze komplementirani na ulaze B zbrajala, preko ulaza prijenosa dodaje se

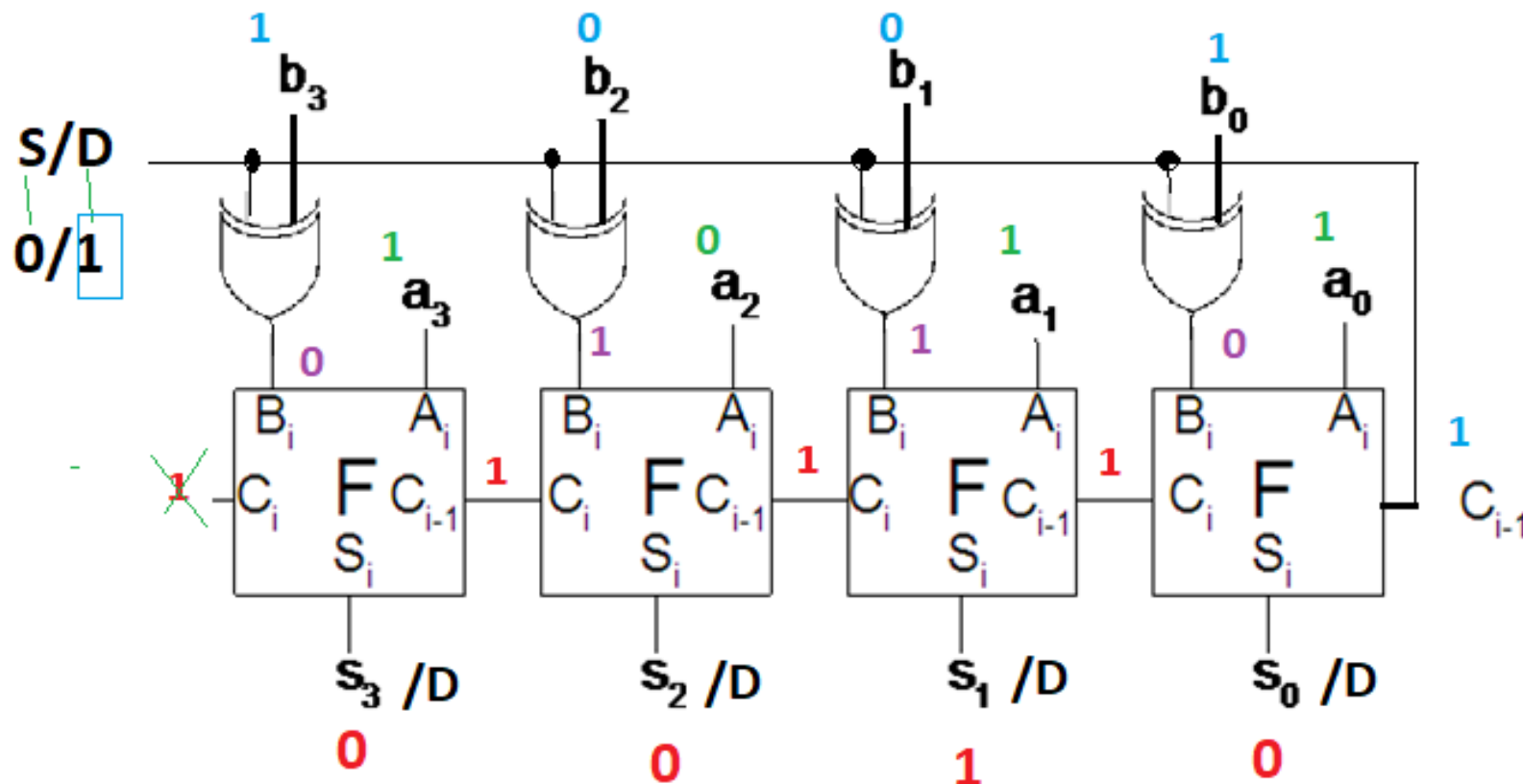
jedinica i sklop broju  $A$  pribraja 2. komplement broja  $B$ , odnosno sklop od broja  $A$  oduzima broj  $B$ :

$$D = A + (-B) = A - B.$$



**Zadatak: Na sklopu za paralelno zbrajanje/oduzimanje oduzeti 11- 9 i prikazati oduzimanje na shemi spoja.**

$$\begin{array}{r}
 1011\text{-podatak a} \\
 - 1001\text{-podatak b} \\
 \hline
 0110 \text{ jedinični komplement} \\
 \phantom{0}1 \\
 \hline
 0111 \text{ drugi komplement} \\
 + 1011 \text{-podatak a} \\
 \hline
 10010\text{-rješenje}
 \end{array}$$



# Binarno množenje

Množenje dva bita:

- $P=AB$

A	B	P
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Binarno množenje

- $$\begin{array}{r} \underline{1011 * 1001 =} \\ 1011 \\ 0000 \\ 0000 \\ + \quad 1011 \\ \hline 1100011 \end{array}$$

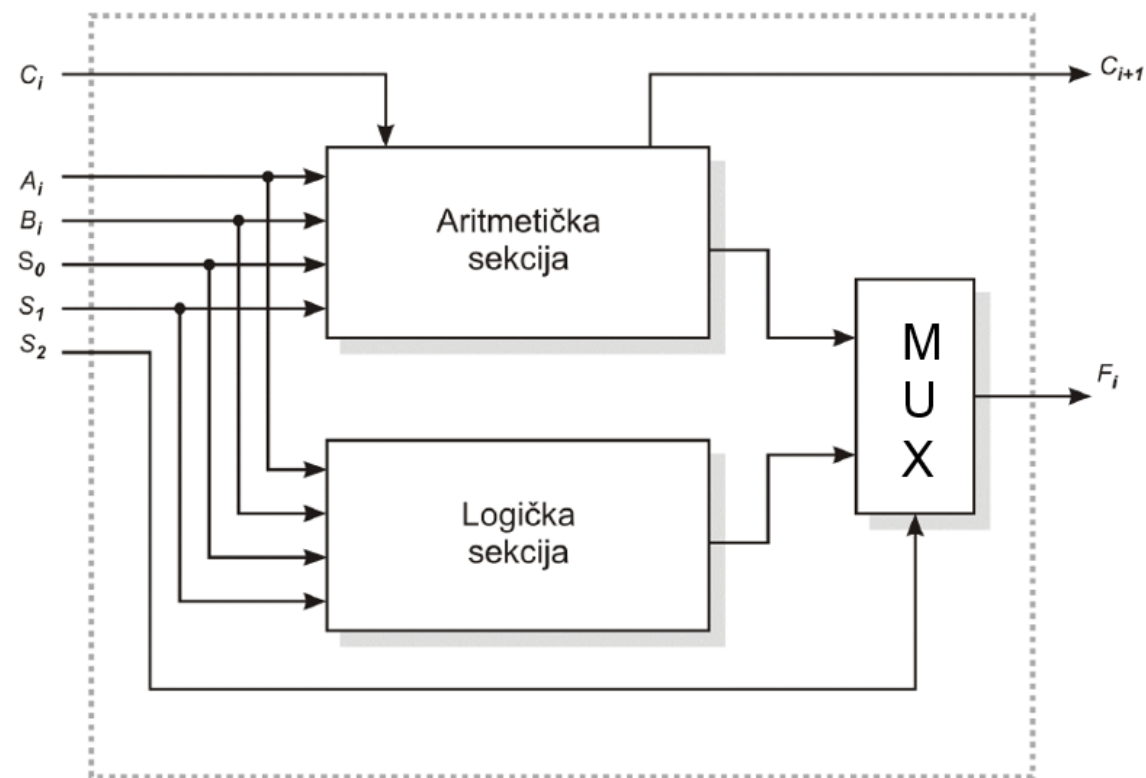
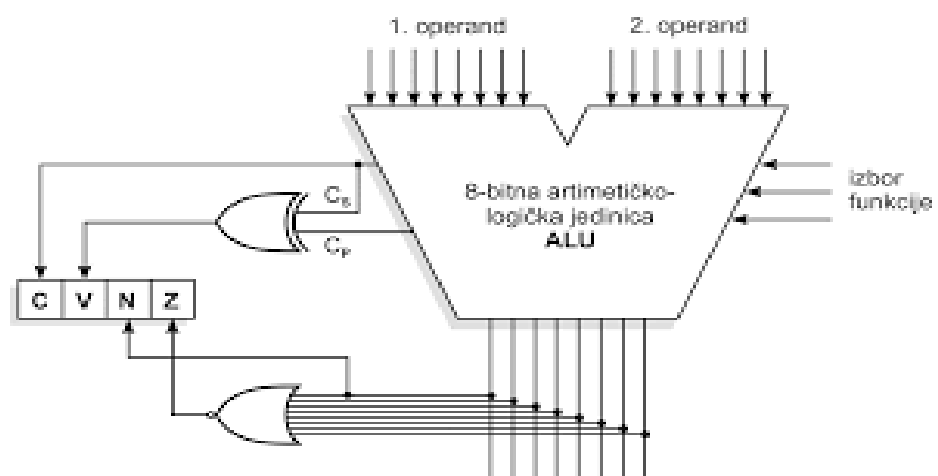
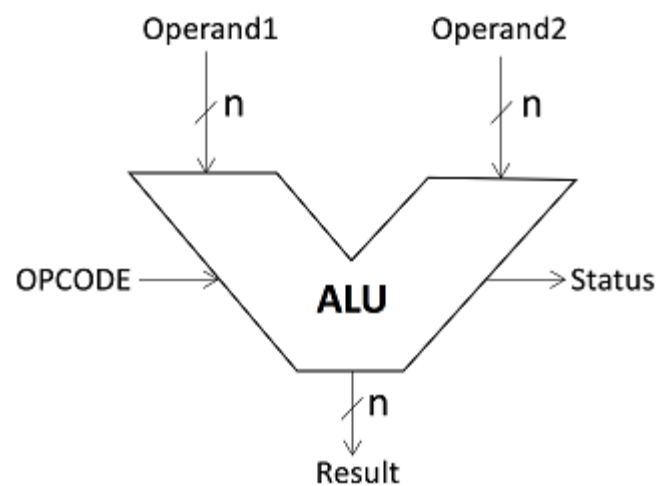
$$\begin{array}{r} \underline{110 * 100} \\ 110 \\ 000 \\ + \quad 000 \\ \hline 11000 \end{array}$$

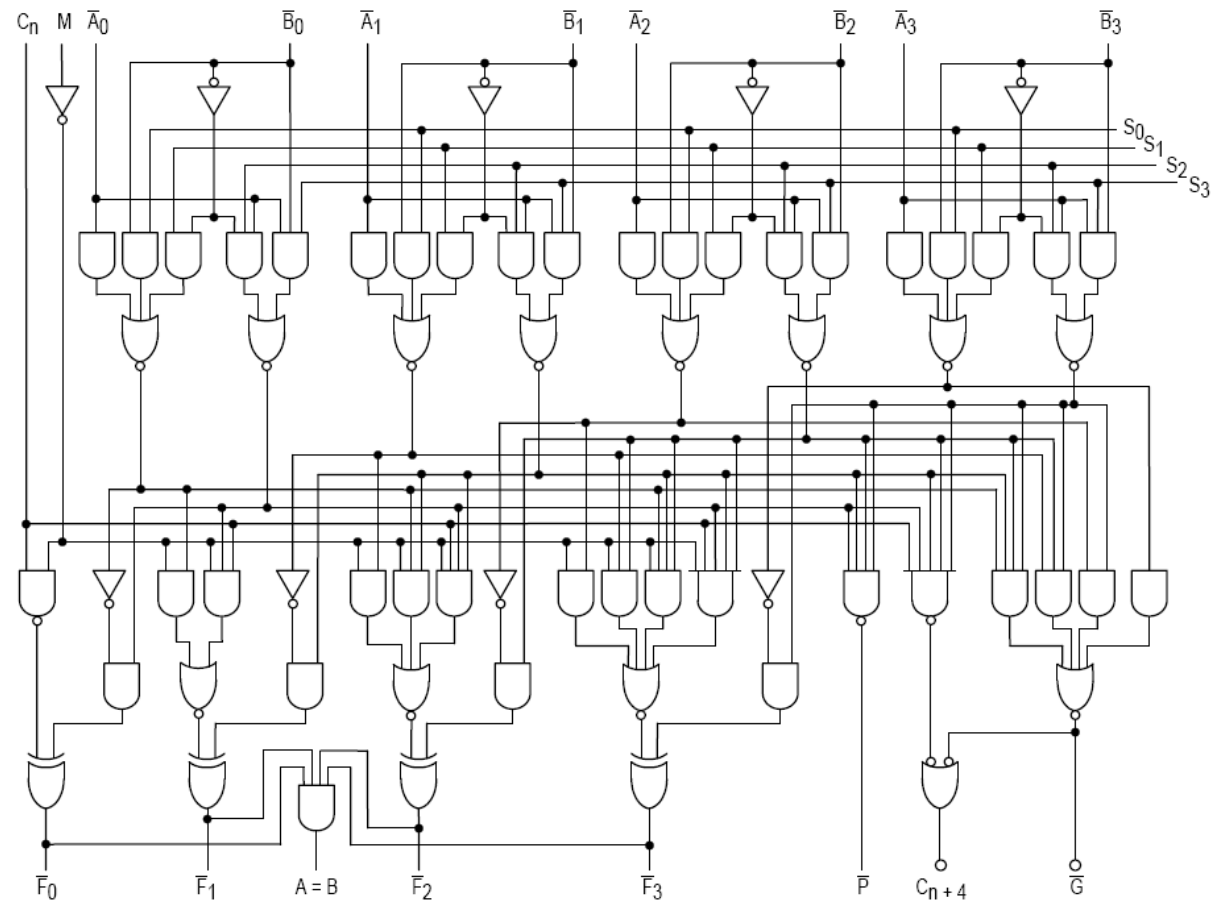


# Arifmetičko-logička jedinica

- **Arifmetičko-logička jedinica** (ALU - arithmetic and logic unit) je elektronički sklop koji vrši osnovne arifmetičke radnje (zbrajanje, oduzimanje i dr.), logičke operacije (I, ILI, NE) i uspoređivanje, npr. podudara li se sadržaj dva bajta. ALU je osnovna građevna jedinica svakog računala, i prvi ga je kao funkcionalnu jedinicu opisao John von Neumann 1946. godine. ALU je sastavni dio mikroprocesora, grafičkih procesnih jedinica, te mnogih drugih sklopova koji imaju funkcije bilo arifmetičke ili logičke prirode. ALU se sastoji od kombinacijskih sklopova koji uzima ulazne podatke; operande te izbor operacije i izlazne podatke: rezultat operacije i status operacije.

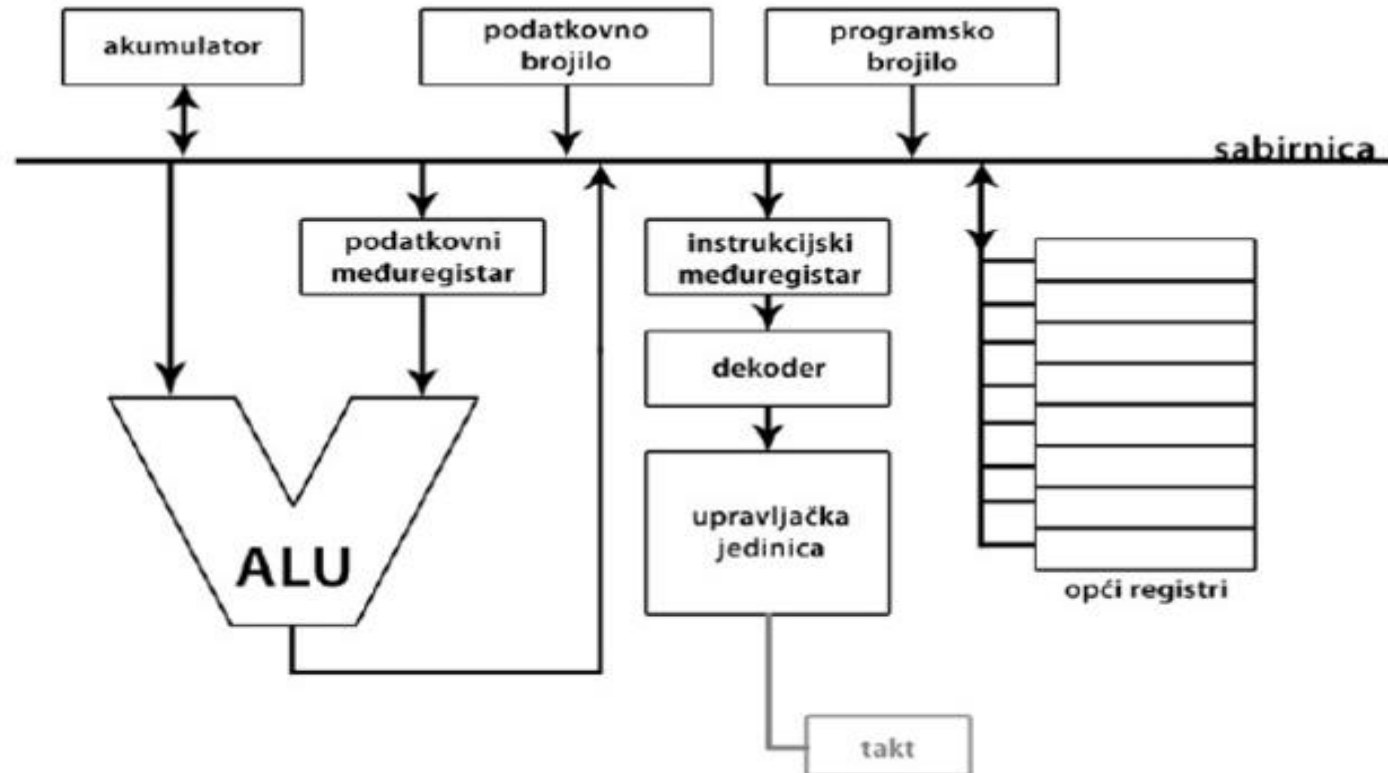
- ALU je izrađen kao kombinacijski sklop čiji izlazni podatci se mijenjaju asinkrono s obzirom na ulazne podatke. Zbog svog asinkronog rada ALU je potrebno da prođe neko vremensko razdoblje prije nego što se stabilizira izlaz na osnovu postavljenih ulaznih signala.

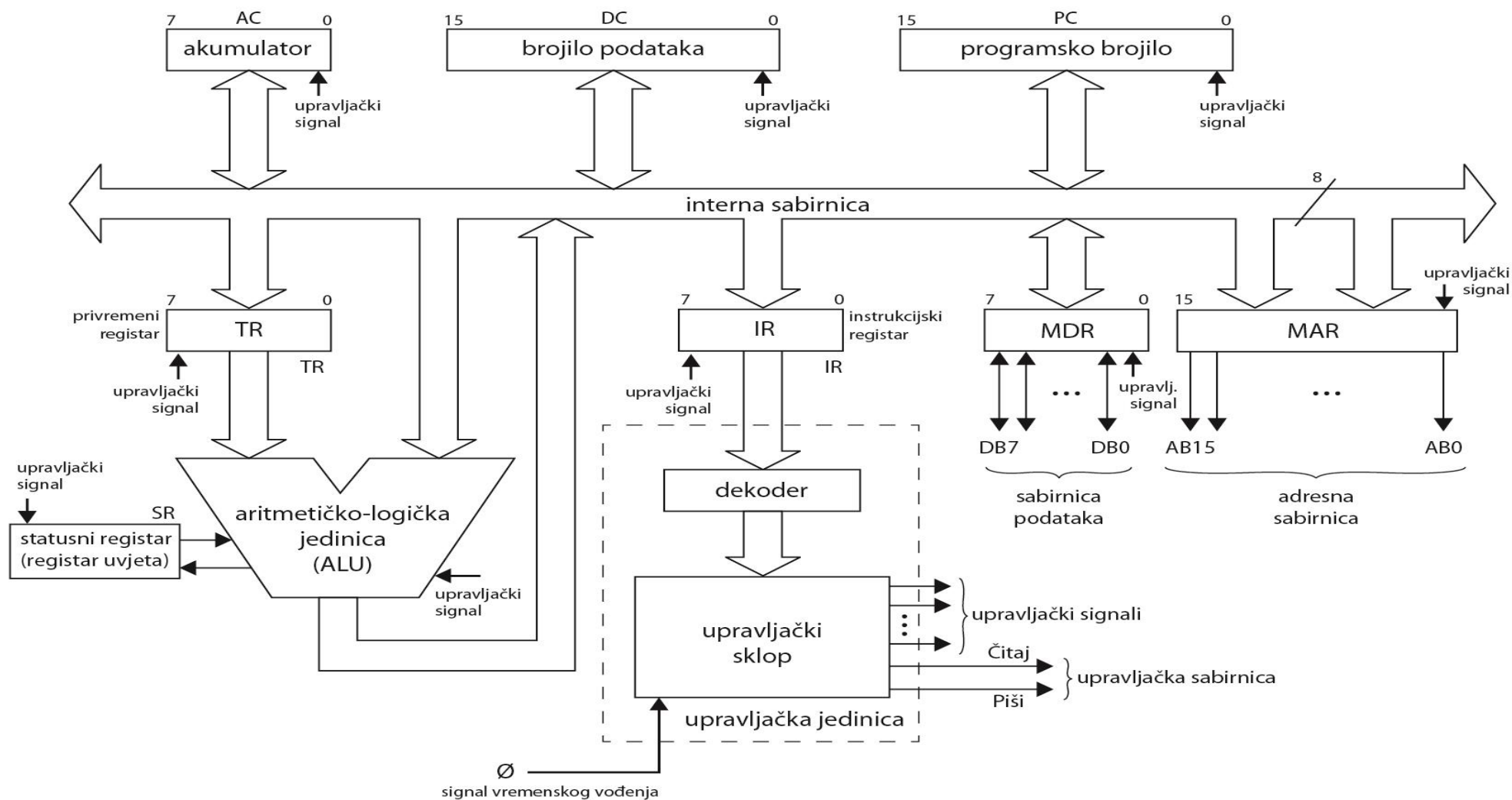




## Mikroračunala i mikroupravljači

- Pojednostavljeni prikaz mikroprocesora
- Faze izvođenja instrukcije





# Zadaci za vježbu

- 1. Nacrtati shemu sklopa za zbrajanje brojeva 23 i 17, te na shemi objasniti način zbrajanja.
- 2. Nacrtati shemu sklopa za oduzimanje brojeva 29 i 15 , te na shemi objasniti način oduzimanja.
- 3. Metodom drugog komplementa oduzeti: a)  $105-67$ ; b)  $69-75$
- 4. Metodom 2-komplementa prikazati dekadski broj  $-75$  kroz jedan bajt.
- 5. Metodom 1-komplementa prikazati dekadski broj  $-87$  kroz jedan bajt.